

# Mathe-Treff OTW 2022

## Lösungen für die Klassenstufe 5/6

### AUFGABE 1 (Der Baumwipfelpfad)

L = linker Fuß R = rechter Fuß S = überspringen

Stufe	Ayse	Bertha	Christine
1	L	L	L
2	R	S	S
3	L	R	S
4	R	S	R
5	L	L	S
6	R	S	S
7	L	R	L
8	R	S	S
9	L	L	S
10	R	S	R
11	L	R	S
12	R	S	S
13	L	L	L

- Aus der Tabelle sieht man, dass es Stufe 7 ist.
- Ayse: Stufe 2; Bertha: Stufe 3; Christine: Stufe: 4
- Aus der Tabelle sieht man, dass es Stufe 13 ist.
- Ayse betritt immer eine gerade Stufe mit dem rechten Fuß und Bertha immer eine ungerade Stufe mit dem rechten Fuß, also können sie nie mit dem rechten Fuß die gleiche Stufe betreten.
- Das Problem reduziert sich auf eine Fibonacci-Folge.

Somit hat Finn 21 Möglichkeiten, die 8 Stufen zu bezwingen.

Folgende Erklärung:

Wenn die Treppe nur 1 Stufe hat, gibt es nur eine Möglichkeit, denn er springt immer auf die erste Stufe.

Auch bei 2 Stufen gibt es nur eine Möglichkeit, denn mit dem zweiten Schritt hat er die



Treppe hinter sich.

Wie ist nun eine Treppe von  $n$  Stufen zu bewältigen:

Der Anfang ist klar:

$$f(1) = 1; f(2) = 1;$$

Nehmen wir an, wir wüssten, auf wie viele Weisen Fritz Treppen bis 5 Stufen bewältigen kann, uns ist also  $f(5)$ ,  $f(4)$ ,  $f(3)$  ... bekannt für eine Sechstertreppe hat er nun wieder 2 Möglichkeiten: Er nimmt eine Stufe oder 2 Stufen, kommt also von der 4. oder der 5. Stufe. Die 4. Stufe hat er auf  $f(4)$ , die 5. auf  $f(5)$  Weisen erreicht. Er nimmt die Sechstertreppe also auf  $f(4) + f(5)$  Weisen, oder

$$f(n+1) = f(n) + f(n-1)$$

Die Lösung des Problems lässt sich nun rekursiv finden:

$$f(1) = 1; f(4) = 3; f(7) = 13;$$

$$f(2) = 1; f(5) = 5; f(8) = 21;$$

$$f(3) = 2; f(6) = 8;$$

Es gibt also 21 Möglichkeiten, die Treppe in seinem Sinne hochzusteigen.

## AUFGABE 2 (Stockbrot)

Man wähle den Sitzplatz von Mario beliebig, daraus ergibt sich Max' Sitzplatz. Aus (3) ergibt sich nun Jasmins Platz und daraus wiederum Carolines Platz. Nun folgt Johannas Platz aus (2). Jans Platz kann nur Zwischen Johanna und Jasmin sitzen, da (5) sonst für Jan nicht zu erfüllen ist. Daraus ergibt sich der Platz von Carsten durch (4) und Peter erhält den letzten Platz zwischen Caroline und Carsten. Im Uhrzeigersinn ist die Sitzreihenfolge also Mario, Caroline, Peter, Carsten, Max, Jasmin, Jan, Johanna.





### AUFGABE 3 (Wandern im Bergischen Land)

a)

direkte Wege:

Solingen – Wuppertal 2

Wege über eine weitere Stadt:

Solingen – Mettmann – Wuppertal  $2 \cdot 3 = 6$

Solingen – Remscheid – Wuppertal  $4 \cdot 3 = 12$

Wege über zwei weitere Städte:

Solingen – Mettmann – Remscheid – Wuppertal  $2 \cdot 1 \cdot 3 = 6$

Solingen – Remscheid – Mettmann – Wuppertal  $4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$

Insgesamt:  $2 + 6 + 12 + 6 + 12 = 38$

b)

direkte Wege:

Remscheid – Mettmann 1

Wege über eine weitere Stadt:

Remscheid – Solingen – Mettmann  $4 \cdot 2 = 8$

Remscheid – Wuppertal – Mettmann  $3 \cdot 3 = 9$

Wege über zwei weitere Städte:

Remscheid – Solingen – Wuppertal – Mettmann  $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

Remscheid – Wuppertal – Solingen – Mettmann  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

Insgesamt:  $1 + 8 + 9 + 24 + 12 = 54$

Da Herr K auch wieder von Mettmann nach Remscheid zurück laufen muss, kann er auf  $54 \cdot 2 = 108$  verschiedene Wanderrouten laufen.

### AUFGABE 4 (Leichtathletik-Stadion)

Hier sind individuelle, kreative und vielfältige Aufgaben zum Thema mit den zugehörigen Lösungen gefragt.

Eine Musterlösung existiert nicht. Gute Lösungen werden im nächsten Schuljahr von uns veröffentlicht.

